

Лекция 2.

Статистическое описание сигналов, сообщений и помех

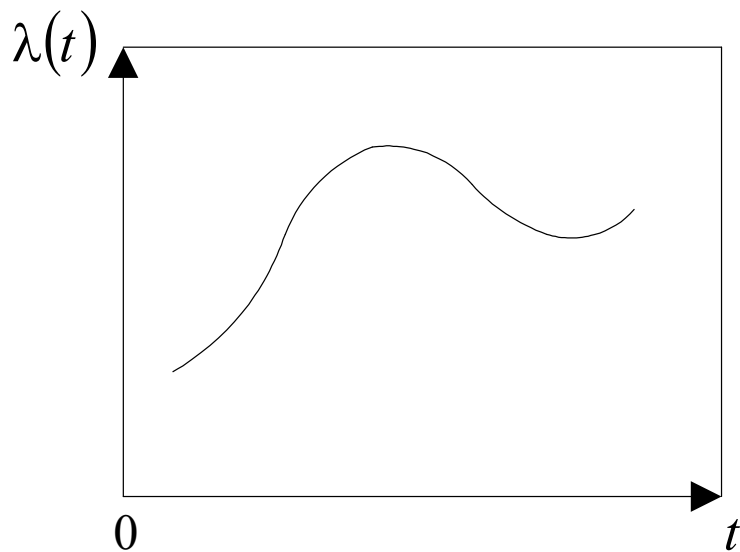
Сообщение – совокупность знаков, символов, параметров, отображающих ту или иную информацию

Сигнал – физический процесс, несущий передаваемое сообщение

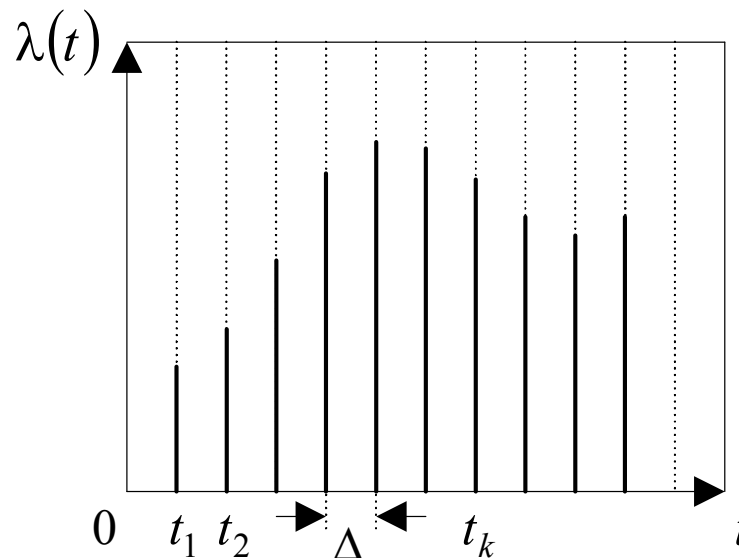
Модуляция – процесс изменения параметров сигнала

Помеха – мешающий неинформативный сигнал

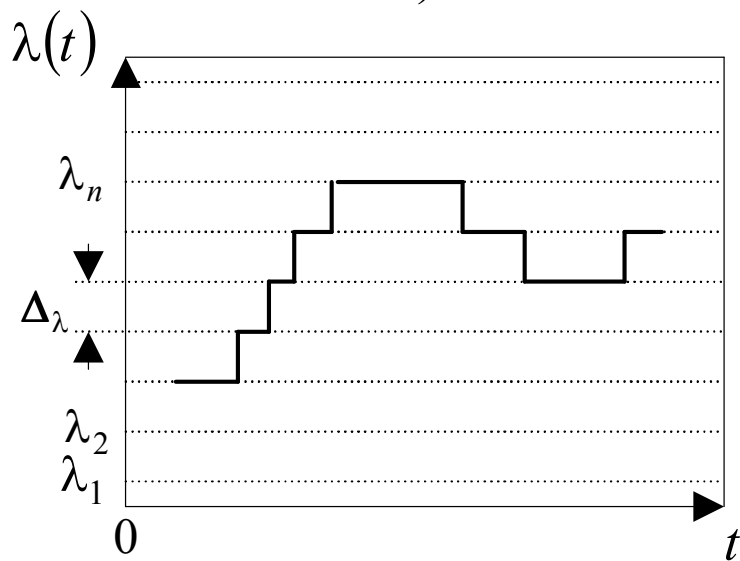
Виды сообщений



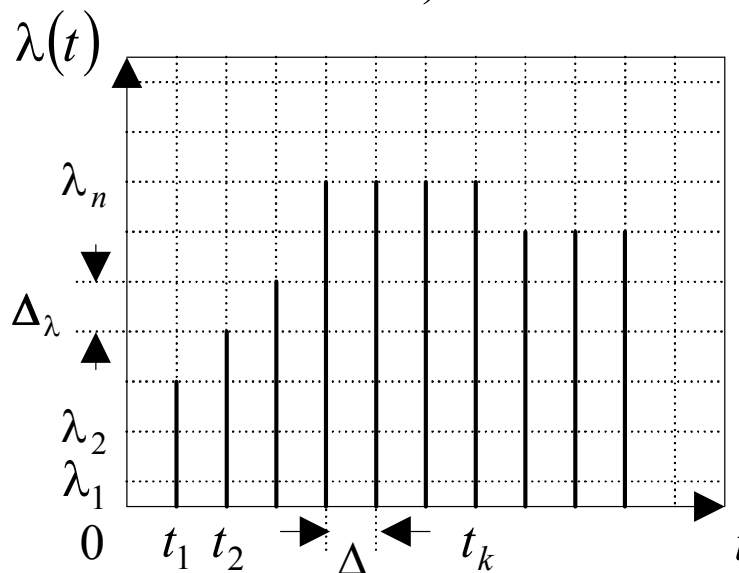
a)



б)



в)



г)

Узкополосные сигналы

Общий вид записи узкополосного сигнала:

$$S(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) = \operatorname{Re} \left[A(t) e^{j(\omega_0 t + \varphi(t))} \right]$$

Комплексная амплитуда сигнала:

$$\dot{S}(t) = A(t) e^{j\varphi(t)}$$

Пример стат. описания сигнала: дрейф фазы опорного генератора при формировании «немодулированной» несущей (CW)

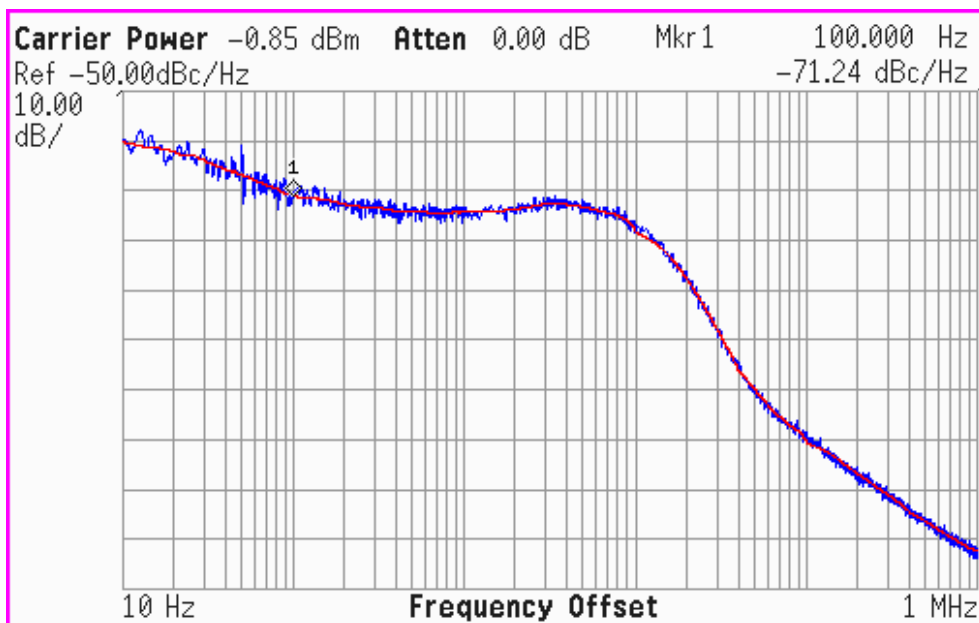
$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega(t)$$

$$\dot{S}(t) = A_0 e^{j\varphi(t)}$$

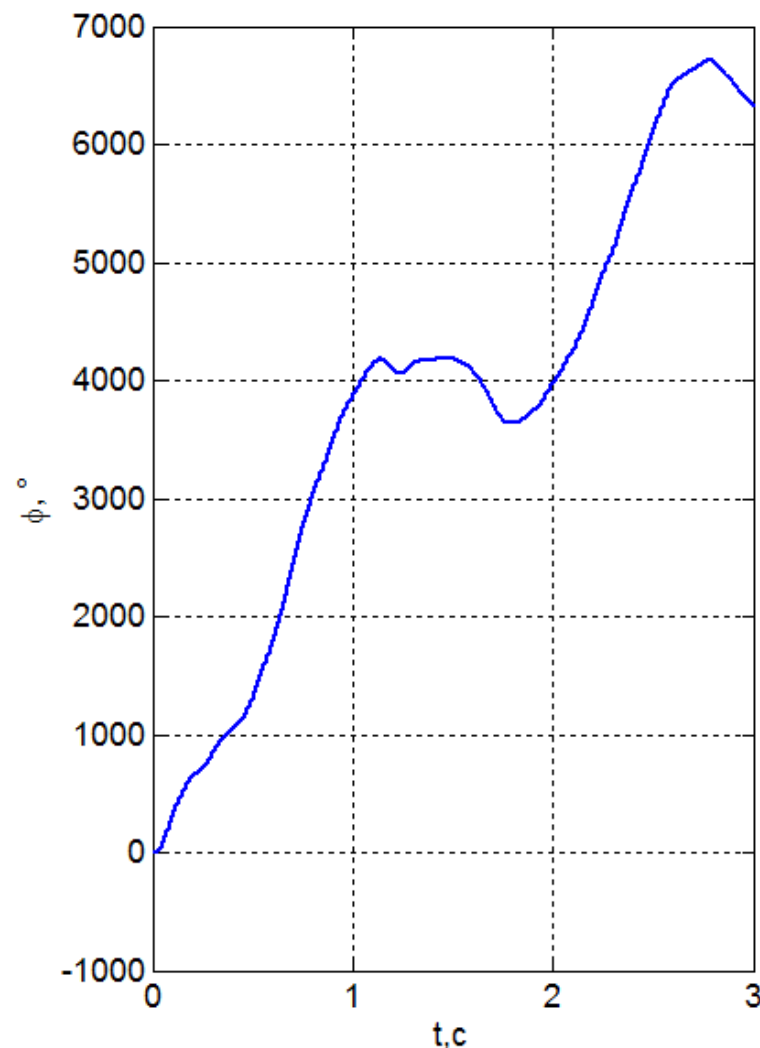
$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \xi_\omega(t) - \text{БГШ с односторонней спектральной плотностью } N_\omega$$

Продолжение примера - дрейф фазы ОГ

Спектр процесса дрейфа фазы



Дрейф фазы во временной области



«Чистая»
несущая



Несущая с
нестабильным ОГ



Случайные параметры принимаемого радиосигнала

Сигнал одного из НКА на входе
радионавигационного приемника СРНС

$$y(t) = A \cdot G(t - \tau) \cos((\omega_0 + \omega)(t - \tau) + \varphi_0) + n(t)$$

$$n(t) \subset N(0, \sigma_n), \quad \tau \subset U(\tau_{\min}, \tau_{\max}),$$

$$\omega \subset U(\omega_{\min}, \omega_{\max}), \quad 20 \lg A \subset N(m_A, \sigma_A),$$

$$\varphi_0 \subset U(-\pi, \pi)$$

Статистические модели сообщений

1. Модель задержки, фазы и доплеровского смещения частоты сигнала НКА
2. Модель нестабильности ОГ
3. Модель изменения координат и вектора скорости потребителя

Все перечисленные модели сообщений даются как правило в виде многомерного марковского процесса

Модель изменения задержки, фазы и частоты сигнала от НКА

$$y(t) = A \cdot G(t - \tau(t)) \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) + n(t)$$

$$\tau(t) = R(t) / c; \quad \varphi(t) = \varphi_0 - \frac{\omega_0}{c} R(t), \quad \varphi_0 \subset U(-\pi, \pi)$$

$$\omega_\delta(t) = d\varphi(t) / dt - \text{доплеровское смещение частоты}$$

Статистическая модель изменения дальности $R(t)$:

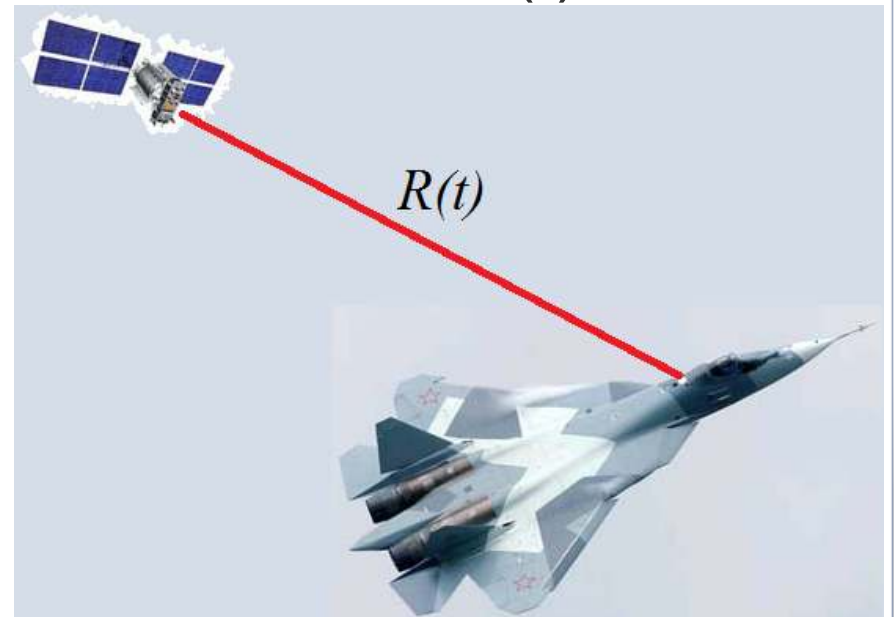
$$\frac{dR}{dt} = V(t),$$

$$\frac{dV}{dt} = a(t),$$

$$\frac{da}{dt} = -\alpha a(t) + \alpha \xi(t),$$

$\xi(t)$ – БГШ с односторонней СПМ N_ξ

$$\begin{aligned} 1 / \alpha &= 1 \dots 60 \text{ с} \\ \sigma_a &= \sqrt{\alpha N_\xi / 4} = 1 \dots 50 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$



Векторно-матричное описание статистической модели $R(t)$

$$\mathbf{x} = \begin{vmatrix} R & V & a \end{vmatrix}^T, \quad R = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \mathbf{x}$$

Для непрерывного времени

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{\Phi}\mathbf{x} + \mathbf{\Gamma}\xi(t)$$

$$\mathbf{\Phi} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{vmatrix} \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{vmatrix}$$

Для дискретного времени

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\zeta_{k-1}$$

$$\mathbf{F} = \begin{vmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{vmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_a \sqrt{1 - e^{-2\alpha T}} \end{vmatrix}$$

$$\zeta_k \subset N(0,1)$$

$$T = t_k - t_{k-1} = 1 \dots 100 \text{ мс}$$

Модель неустойчивости опорного генератора

$\tau_{\text{ОГ}}(t)$ – вклад ОГ в наблюдаемую псевдозадержку сигнала

$\varphi_{\text{ОГ}}(t)$ – вклад ОГ в наблюдаемую псевдофазу сигнала*

$\omega_{\text{ОГ}}(t)$ – вклад ОГ в наблюдаемую псевдодоплеровскую частоту*

*относительно несущей $f_0 = 1602$ МГц

Для непрерывного времени

$$\frac{d\tau_{\text{ОГ}}(t)}{dt} = -\frac{\omega_{\text{ОГ}}(t)}{\omega_0}$$

$$\frac{d\varphi_{\text{ОГ}}(t)}{dt} = \omega_{\text{ОГ}}(t)$$

$$\frac{d\omega_{\text{ОГ}}(t)}{dt} = \xi_{\text{ОГ}}(t)$$

$\xi_{\text{ОГ}}(t)$ - БГШ с

односторонней СПМ $S_{\text{ОГ}}$

$$S_{\text{ОГ}} = 0,5 \dots 500 \text{ рад}^2/\text{с}^3$$

Для дискретного времени

$$\tau_{\text{ОГ},k} = \tau_{\text{ОГ},k-1} - \frac{\omega_{\text{ОГ},k-1}T}{\omega_0}$$

$$\varphi_{\text{ОГ},k} = \varphi_{\text{ОГ},k-1} + \omega_{\text{ОГ},k-1}T$$

$$\omega_{\text{ОГ},k} = \omega_{\text{ОГ},k-1} + \xi_{\text{ОГ},k-1}T$$

$\xi_{\text{ОГ}}(t)$ - ДБГШ с

односторонней СПМ $S_{\text{ОГ}}$

$$\left(\sigma_{\xi} = \sqrt{\frac{S_{\text{ОГ}}}{2T}} \right)$$

Модель изменения координат и вектора скорости потребителя в дискретном времени

$$x_k = x_{k-1} + v_{x,k-1}T, \quad y_k = y_{k-1} + v_{y,k-1}T, \quad z_k = z_{k-1} + v_{z,k-1}T,$$

$$v_{x,k} = v_{x,k-1} + a_{x,k-1}T, \quad v_{y,k} = v_{y,k-1} + a_{y,k-1}T, \quad v_{z,k} = v_{z,k-1} + a_{z,k-1}T,$$

$$a_{x,k} = e^{-\alpha T} \cdot a_{x,k-1} + \sigma_a \sqrt{1 - e^{-2\alpha T}} \cdot \zeta_{x,k-1},$$

$$a_{y,k} = e^{-\alpha T} \cdot a_{y,k-1} + \sigma_a \sqrt{1 - e^{-2\alpha T}} \cdot \zeta_{y,k-1},$$

$$a_{z,k} = e^{-\alpha T} \cdot a_{z,k-1} + \sigma_a \sqrt{1 - e^{-2\alpha T}} \cdot \zeta_{z,k-1}.$$

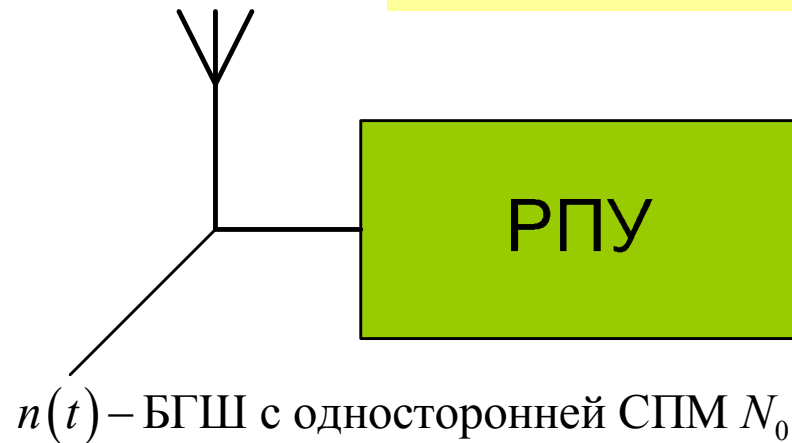
Домашнее задание (подготовка ответа у доски): представить данную модель в векторно-матричном виде $\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\zeta_{k-1}$, записав чему равны матрицы \mathbf{F} , \mathbf{G} и вектор формирующих шумов ζ_{k-1} .

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x & y & z & v_x & v_y & v_z & a_x & a_y & a_z \end{bmatrix}^T$$

Статистические модели помех

1. Внутренний шум приемника

$n(t)$ - БГШ с нулевым мат. ожиданием и
односторонней спектральной плотностью N_0

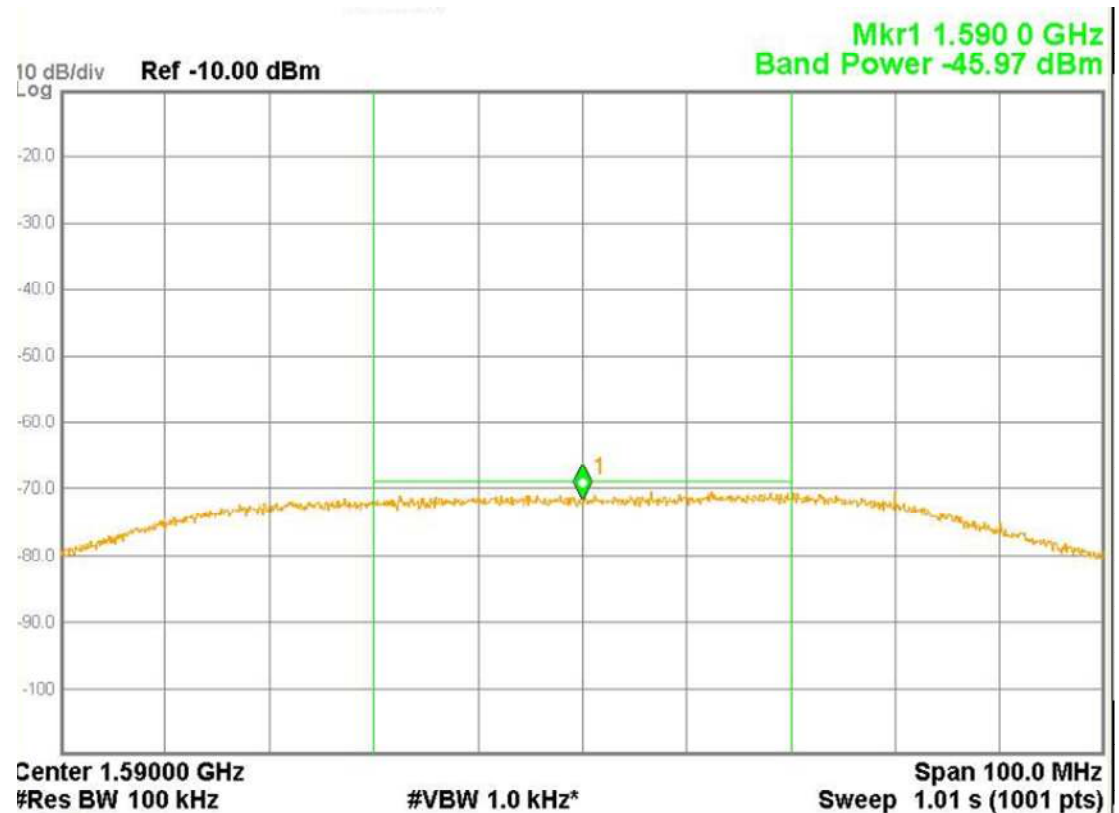


$$N_0 = kT_{\text{ш}} = kT_0 K_{\text{ш}}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Вт}/(\text{Гц} \cdot \text{К})$$

$$T_0 = 300\text{K}$$

$$K_{\text{ш}} = 2...3$$



Статистические модели помех

2. Внешняя помеха

Поскольку АП СРНС основана на корреляционном приеме сигналов, любая внешняя структурированная помеха после перемножения на дальномерный код становится широкополосной помехой. Её отклик на выходе коррелятора эквивалентен отклику на воздействие белого гауссовского шума. Но белого шума не бывает. Поэтому наиболее распространенная модель помехи для анализа АП СРНС – помеха в виде полосового гауссовского шума с равномерным спектром в полосе сигнала. Анализ воздействия таких помех эквивалентен анализу воздействия белого шума.

