

Оптимальная траекторная фильтрация в задаче восстановления слежения

© Е. Н. Болденков

Введение

Характеристики аппаратуры потребителей систем спутниковой радионавигации в существенной степени зависят от качества работы систем слежения за параметрами навигационного радиосигнала. Для слежения за частотой и задержкой сигнала в большинстве случаев используют алгоритмы в виде расширенного фильтра Калмана [1]. Недостатком расширенного фильтра Калмана является неудовлетворительная работа при низких отношениях с/ш.

В случае пропадания сигнала происходит срыв слежения, неконтролируемый рост ошибок оценки параметров, в результате чего при появлении сигнала расширенный фильтр Калмана уже не способен вернуться в режим слежения. Данный факт приводит к необходимости обнаружения факта пропажи сигнала, перехода в режим поиска, возврата на слежение и т.д.

Большое число разнообразных режимов работы и переключений между ними обычно реализуются без должного теоретического обоснования. Именно переходы между режимами, как правило, являются основными источниками проблем при приеме сигналов в сложных условиях.

В качестве одной из альтернатив предлагается алгоритм *оптимальной траекторной фильтрации* [2]. Из литературы известны характеристики данного алгоритма для слежения за фазой [3].

Цель работы – синтез алгоритма оптимальной траекторной фильтрации частоты и задержки и анализ его работы в условиях пропадания сигнала.

Постановка задачи

На вход поступают наблюдения вида

$$y_{k,i} = AG_{\text{ДК}}(t_{k,i} - \tau_k)G_{\text{НС}}(t_{k,i} - \tau_k)\cos(\omega_k t_{k,i} + \varphi_k) + n_{k,i}, \quad (1)$$

где A – амплитуда сигнала, $G_{\text{ДК}}(t)$ – функция модуляции дальномерным кодом, $G_{\text{НС}}(t)$ – функция модуляции навигационным сообщением, τ_k , ω_k , φ_k – задержка, частота и фаза сигнала в момент времени $t_{k,i} = kT + iT_{\text{Д}}$, $T = N_{\text{Д}}T_{\text{Д}}$, $T_{\text{Д}}$ – длительность интервала дискретизации, n_i – дискретный белый гауссовский шум с дисперсией σ_n^2 .

Будем считать амплитуду заданной, а фазу сигнала примем за случайный неинформативный параметр, равномерно распределенный в диапазоне $[0; 2\pi]$. Оставшиеся неизвестные параметры – псевдодальность и частота описываются следующей моделью:

$$\begin{cases} \tau_k = (1 - \alpha)\tau_{k-1} + K\omega_{k-1} + n_{\tau,k}, \\ \omega_k = (1 - \alpha)\omega_{k-1} + n_{\omega,k}, \end{cases} \quad (2)$$

где α – параметр коррелированности процесса, K – коэффициент, связывающий доплеровское смещение частоты и скорость, $n_{\tau,k}$ и $n_{\omega,k}$ – формирующие дискретные белые гауссовские шумы с дисперсиями D_{τ} и D_{ω} . Требуется оценить частоту и задержку сигнала.

Применение методов оптимальной нелинейной фильтрации

Известно строгое решение задачи оценки марковского процесса (2), входящего в виде параметра в наблюдаемый процесс (1). Данное решение имеет вид уравнения Стратоновича и описывает эволюцию апостериорной плотности вероятности, а не непосредственную оценку значения параметра [4]. Размерность плотности вероятности совпадает с размерностью вектора состояния задачи. Таким образом, для

получения точного решения необходимо решать уравнение относительно многомерной плотности вероятности, что сложно в реализации. Наибольшим успехом является упрощенное решение данного уравнения в гауссовском приближении апостериорной плотности вероятности.

Гауссовская плотность полностью определяется двумя параметрами – математическим ожиданием и дисперсионной матрицей. Это позволяет получить упрощенный алгоритм относительно двух параметров – расширенный фильтр Калмана. Расширенный фильтр Калмана дает хорошие результаты при большом отношении с/ш, в то время как при малом отношении гауссовская аппроксимация не позволяет описать возникающие нелинейные эффекты, в результате чего характеристики алгоритма резко ухудшаются. С этим связано понятие «срыва слежения», отсутствующее при решении исходного уравнения Стратоновича.

В качестве альтернативы полным уравнениям оптимальной нелинейной фильтрации в работе [2] предложен метод оптимальной траекторной фильтрации. Вместо апостериорной плотности вероятности вектора состояния в текущий момент формируется апостериорная плотность вероятности траектории вектора состояния с начала наблюдений до текущего момента. После ряда преобразований [5] получаются упрощенные уравнения фильтрации:

$$\Phi(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_0^{k-1}) = \max_{\mathbf{x}_{k-1}} p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) \Phi(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{Y}_0^{k-1}), \quad (3)$$

$$\Phi(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_0^k) = c \cdot p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) \Phi(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_0^{k-1}), \quad (4)$$

где \mathbf{x}_k – вектор состояния в момент времени t_k ; \mathbf{Y}_0^{k-1} – совокупность наблюдений на интервале $[0; t_{k-1}]$; $\Phi(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_0^k) = \max_{\mathbf{x}_0} p(\mathbf{x}_0 | \mathbf{Y}_0^k)$ – максимум апостериорной плотности вероятности траектории вектора \mathbf{x}_0^k на интервале $[0; t_k]$ для заданного \mathbf{x}_k , $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ – переходная плотность вероятности, определяемая моделью процесса (2); $p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k)$ – функция правдоподобия, вид которой зависит от уравнений наблюдения (1).

Основное отличие от традиционных уравнений оптимальной нелинейной фильтрации заключается в уравнении (3). Во-первых, вместо интеграла осуществляется поиск максимума, что проще в реализации. Во-вторых, можно взять логарифм от обеих частей данного уравнения (как и уравнения (4)). Это дает возможность снизить динамический диапазон используемых чисел и перейти от арифметики с плавающей точкой к фиксированной точке, что существенно упрощает аппаратную реализацию.

Алгоритм траекторной фильтрации частоты и задержки

Для наблюдаемого процесса (1) и уравнений динамики вектора состояния (2) создан алгоритм оценки на основе уравнений (3)–(4). Наиболее существенным является вопрос практической реализуемости рассматриваемого алгоритма. В рассматриваемой задаче двумерная плотность вероятности представлена в

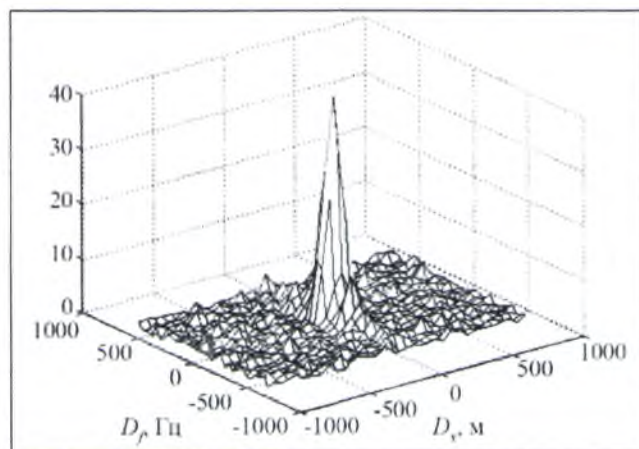


Рис. 1. Представление апостериорной плотности вероятности

алгоритме в виде массива. Ориентируясь на возможности существующих в настоящее время серийных образцов аппаратуры [5], выбран размер сетки представления плотности – 32 ячейки по частоте и 32 ячейки по задержке (рис. 1). Масштаб разбиения поля по частоте и задержке выбирается динамически, исходя из текущих оценок частоты, задержки и точности этих оценок.

Структура алгоритма приведена на рис. 2.

Результаты моделирования

Проведено моделирование работы алгоритма. Параметры модели динамики подобраны под автомобильное движение в городских условиях: $\alpha = 0,1 \text{ с}^{-1}$, $D_r = 2 \cdot 10^{-12} \text{ с}^2$, $D_\omega = 800 \text{ рад}^2/\text{с}^2$.

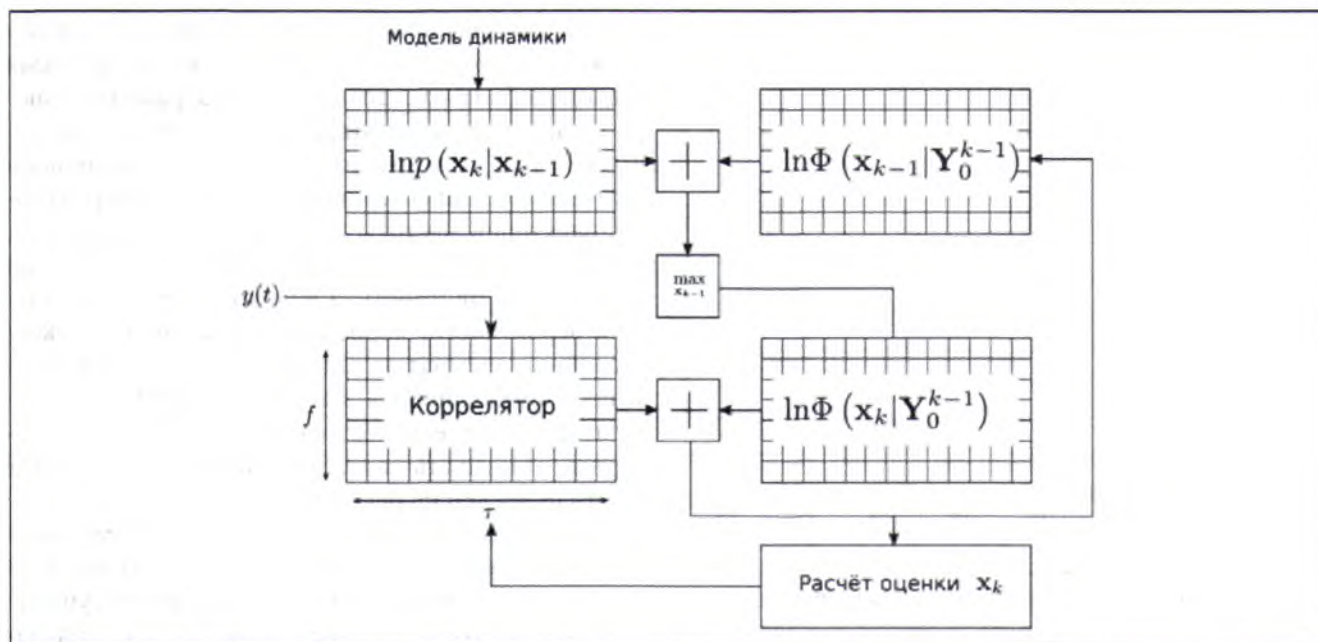


Рис. 2. Структура алгоритма оптимальной фильтрации частоты и задержки

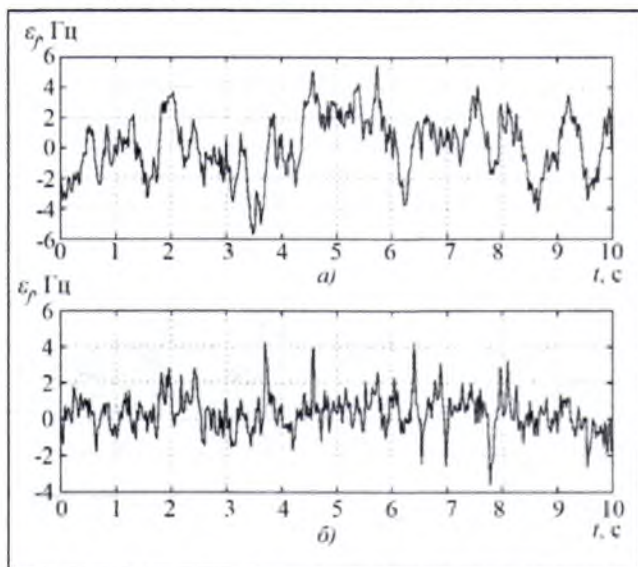


Рис. 3. Ошибка слежения за частотой

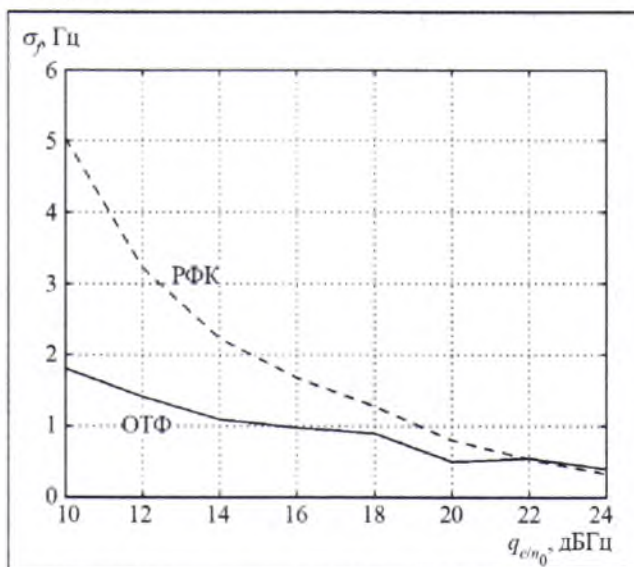


Рис. 4. Графики зависимости ошибки слежения за частотой

результат оценки частоты сигнала при отношении мощности сигнала к спектральной плотности шума 15 дБГц, на верхней половине результат расширенного фильтра Калмана ($\sigma_f = 2$ Гц), на нижней – результат оптимальной траекторной фильтрации ($\sigma_f = 1,5$ Гц).

На рис. 4 приведена зависимость среднеквадратической ошибки оценки частоты от отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума. Из графиков видно, что при больших отношениях с/ш результаты расширенного фильтра Калмана и оптимальной траекторной фильтрации совпадают, в то время как при низких отношениях с/ш оптимальная траекторная фильтрация дает более точные результаты. Аналогичный результат наблюдается и при слежении за псевдодальностью (рис. 5).

Работа алгоритма при кратковременных пропаданиях сигнала

Традиционный подход, используемый при пропаданиях сигнала – поиск сигнала в небольшом диапазоне относительно экстраполированной оценки значения параметров. С определенными допущениями поиск

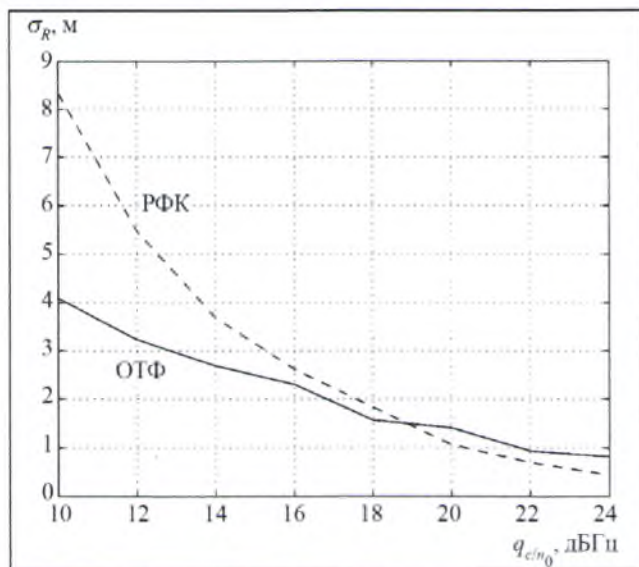


Рис. 5. Графики зависимости ошибки слежения за псевдодальностью

в многоканальном корреляторе. Показано, что алгоритм корректно обрабатывает кратковременное пропадание сигнала без переключения режимов работы.

сигнала – это численный расчет функции правдоподобия. При отсутствии сигнала на входе функция правдоподобия по частоте и задержке равномерная.

Отличие рассматриваемого алгоритма заключается в том, что вместо функции правдоподобия рассчитывается апостериорная плотность вероятности траектории частоты и задержки. В результате, даже после пропадания сигнала алгоритм выдает не равномерную плотность, а колоколообразную плотность вероятности, корректно учитывающую экстраполяцию частоты и задержки. При пропадании сигнала апостериорная плотность начинает «расползаться», при его повторном появлении апостериорная плотность восстанавливается. Результат расчета приведен на рис. 6.

Рассмотрен алгоритм совместной оптимальной траекторной фильтрации задержки и частоты сигнала. Алгоритм может быть реализован на существующих в настоящий момент аппаратных реализациях

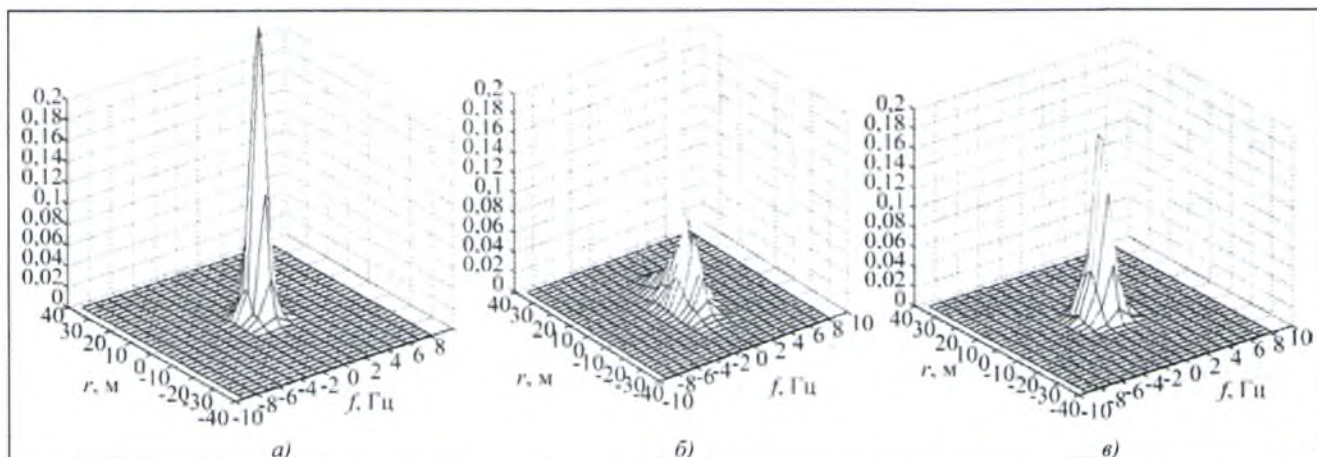


Рис. 6. Апостериорная плотность вероятности: а – есть сигнал; б – сигнал пропал; в – сигнал появился

Литература

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. Изд. 4-е. М.: Радиотехника. 2010.
2. Харисов В. Н., Перьков А. Е., Аникин А. Л. Оптимальная оценка траекторий марковских процессов // Радиотехника. 2002. № 7.
3. Ефименко В. С., Харисов В. Н. Алгоритмы траекторной фильтрации в задаче сопровождения несущей радиосигналов и их характеристики // Радиотехника. 2011. № 7.
4. Перов А. И. Статистическая теория радиотехнических систем. М.: Радиотехника. 2003.
5. Mattos, P. G., Pisoni, F., Multi-constellation – to receive everything // Proc. ION GNSS, Nashville, TN, 2012.